

描圖器與相對運動軌跡之造形方法

廖冠智* 孫春望**

* 臺中健康暨管理學院資訊與設計學系
e-mail: can@thmu.edu.tw

** 國立台灣科技大學設計研究所
e-mail: suncw@mail.ntust.edu.tw

(收件日期: 92年 05月16日; 接受日期: 92年 11月24日)

摘要

描圖器是一種常見的兒童繪圖玩具，本研究試圖以這種玩具為出發點，觀察各種不同的轉輪尺寸、洞口位置與大小等因素所產生的造形變化與特質；並探討其背後隱含之多層次相對運動概念。多層次相對運動的軌跡可以產生多樣性且具美感的幾何形態，可以提供設計或藝術工作者豐富的素材。本研究繼續深入解析多層次相對運動系統之組合程序與方法，期望能夠有系統的理解與掌握這種造形的新方法。

從研究結果得知軌跡造形的運動型式組合程序可簡化成三個概念層次的變因：「運動系統間關係的複雜程度」、「運動系統間的軌跡型式」與「軌跡形成的幾何敘述」。從這些變因可以推導出基本模式，選擇系統間的軌跡型式與幾何描述，以及調整相關參數與變化範圍，使電腦能夠解讀並描繪設計者所設定的運動型態。

本研究的延續重點是建立更多樣性的運動型式與其間的組合模式，並深入探討 Depth-first Search 與 Breadth-first Search 之概念與方法，更快速的建構更多的可能組合方案，透過藝術或設計工作者的篩選，產生獨特而具備視覺美感的新穎造形。

關鍵詞：幾何、造形、相對運動、軌跡、描圖器

一、前言

圓形是人類最早發現的圖形，從微觀的角度來看，圓形可以說是有無限多的點依某種規律擺放，而形成圓形的特性，因為有無限多的點，所以我們說「圓形是複雜的」；相對從宏觀的角度來看，因為點依某種規律擺放，而使我們能預測所有點的位置，所以我們說「圓形是簡單的」。我們也可以透過數學與物理的概念來描述圓的形成：平面上的兩點，兩點始終保持相同距離，其中一點以另一點為圓心進行旋轉運動，所形成點的軌跡之集合。從設計的角度來看，數學與物理的概念可以幫助我們找出複雜造形的規則，甚至創造出新奇、複雜的造形來，比如說曼德布洛特集合(Mandelbrot set)之碎形(Fractals)造形[5]，它的規則是如此的簡單，所創造的圖形卻帶有複雜與秩序的感受。

點、線、面是幾何造形的基本形，而幾何造形可以視為點移動所留下的軌跡，每一種造形活動依時

間的變化會產生不同的幾何形態。一條水平直線可以視為一個點從左向右或從右向左移動的軌跡集合 [1]；以鐘擺運動為例，將不同時間點下的鐘擺位置記錄起來，會得到圓弧的造形；以一隻蝴蝶的運動為例，將不同時間點下蝴蝶飛翔的位置記錄下來，可以得到某種特殊的曲線或造形。隨著物體運動模式的變異與時間演進的過程，可以得到各種不同簡單與複雜的幾何造形。

由於物體運動是在靜態的座標系統內，我們應該可以簡單的預測出整體的幾何造形；假使座標系統本身同時也在進行某項運動，會使得原本單純的軌跡變得複雜而難以預測。比如說一位籃球球員原地不動的運球，我們可以簡單的預測出球呈現上下直線的運動，如果一邊跑步一邊運球，對於球員來說球仍然上下的運動，但從別的角度來看球的運動路線，會發現球不僅呈現上下運動，也會相對於球員的位置做水平距離的變化，產生奇特的運動曲線，而球員跑步的速度也會影響到球的整體運動曲線。

因此從造形的觀點我們可以假設：如果點的運動（如球）與座標系統的運動（如球員）都分別遵循某種清晰的數學規律，整體結果將會產生高度複雜卻兼具秩序感覺的幾何造形。假使運動的方式依循某種特別的規律而不同，整體的幾何造形會更難以預測。本研究旨在觀察描圖器的轉輪型式、洞口位置與圓盤齒鋸所產生的造形之變化關係，並分析其造形的程序特質；再探討不同的物理運動與數學運算所構成的多層次相對運動，在組合模式的變化下交集成富有變化的幾何形態，並與描圖器造形做比較分析，最後進而解析多層次系統模式的組合程序與方法，使得建立高度複雜的多層次造形程序中，設計者能對系統層次的組合型式有更深一層的概念。相對運動所產生的造形是否具有複雜之中兼具和諧的感受？那或許是一片未曾見過的造形領域，值得深入研究探討的課題。

二、描圖器與相對運動軌跡造形

2-1 描圖器造形

每個人或許都有使用過描圖器的經驗，它是一種能藉由兩種圓形齒輪的嵌合，並且轉動所形成各種不同變化的圖形，其中一個較大的圓形轉盤是能夠容納另一個較小的圓形轉輪，而每一個被容納的轉輪皆有許多小洞口可供使用選用不同的筆，並且轉動小轉輪使之與大圓盤的齒鋸能相互契合，從所插入的洞口與大圓盤之間半徑的變化，將所有的路徑結合並呈現出來，即可獲得一個具有某種程度規律與富有秩序的幾何造形。如圖 1 所示，為描圖器的實際使用情形。



圖 1 描圖器的實際使用情形

圖 2 所示為描圖器的整體外觀以及大型、中型與小型三種轉輪，從圖 2 中的圓形轉輪中我們可以發現，每一個轉輪中的洞口是呈現著螺旋狀的排列，其中大型轉輪共有 24 個洞口，中型轉輪有 19 個洞口，而小型轉輪則有 11 個，若分析轉輪的齒鋸，大中小轉輪的齒鋸依序有 63、52 與 36 個齒鋸。另外，限定並帶動大中小轉輪的圓盤共有兩種（圖 2 五），其齒鋸分別為 105 與 96 個，每一個大中小轉輪占不同齒

鋸的圓盤中，皆會產生不相同的圖形。我們可以大致推斷，圖形的變化與圓盤齒鋸、轉輪洞口位置有著下列關係：

1. 圖形樣式的不同會因使用轉輪中哪一個洞口而有所差異。
2. 同一轉輪的同一個洞口，在不同齒鋸的圓盤中使用會產生不同的圖形，也就是說洞口與轉輪邊緣的關係，影響著圖形的大小與樣式的改變。
3. 轉輪與圓盤的齒鋸之間的關係亦影響著圖形的樣式與密度程度。

為了要進一步瞭解圓盤齒鋸與轉輪洞口、齒鋸數目所產生圖形的關係，本研究分別就大型、中型與小型轉輪與圓盤交相運用，先針對不同轉輪的洞口實驗各種造形的變化。

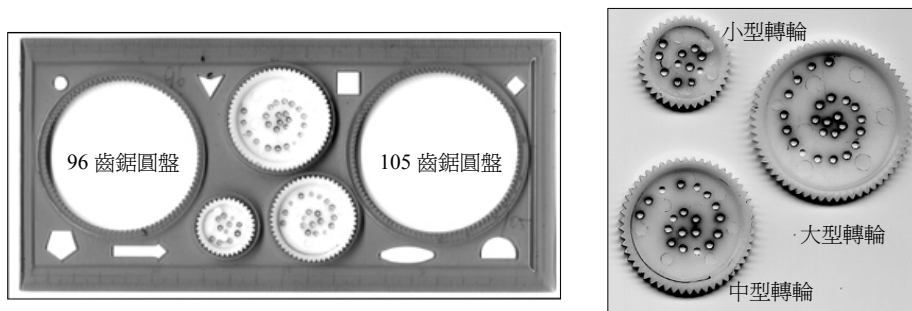


圖 2 描圖器的整體外觀以及大型、中型與小型三種轉輪

2-1.1 使用大型、中型與小型轉輪的特定洞口在不同圓盤上的造形實驗

本研究使用三種轉輪各別於 96 個、105 個齒鋸圓盤以畫出圖形(實驗結果如圖 3、圖 4、圖 5)，而所使用的大型轉輪洞口從五至廿分別為第 1、8、14 與第 24 個(依序從圓心至圓周排列)；依此類推，中型轉輪洞口分別為第 1、6、12 與第 19 個；最後小型轉輪洞口分別為第 1、7 與第 11 個。三種轉輪的造形結果分析依序呈現於表 1、表 2 與表 3。

2-1.2 描圖器造形實驗結果分析

從實驗後的結果初步發現，圖形的大小與樣式(如線條緊密、位置的形)，會因圓盤齒鋸數與轉輪齒鋸數的關係而改變，其中當齒鋸數各為奇、偶數的差異時，整體線條會形成位置，若同為奇數或偶數時則較為單純，相較之下並無位置可言。

再者，圓盤齒鋸數與轉輪齒鋸數的差異量會影響圖形的整體大小，差距愈大則圖形應該較大，同時圖形的中心封閉區域亦較大；最後，所使用的轉輪洞口會影響產生圖形時初始圖形的形狀，洞口數愈

表 1 大型轉輪特定洞口應用於不同圓盤型式之結果(資料來源：本研究)

轉輪型式	圓盤型式	洞口位置	圖形特徵
大型轉輪 齒鋸:63 個 洞口:24 個	96 齒鋸	1	結構具秩序與複雜、線條與線條之間較為緊密，有些許位置。
		8	
		14	
		24	
	105 齒鋸	1	結構較為單純、線條與線條間不緊密，無位置。
		8	
		14	
		24	

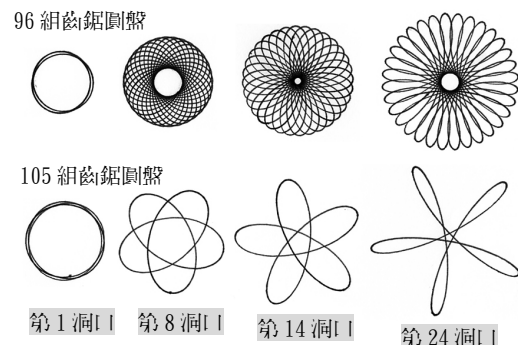


圖 3 大型轉輪的特定洞口運用於不同齒鋸的圓盤上之呈現結果(資料來源：本研究)

表 2 中型轉輪特定洞口應用於不同圓盤型式之結果(資料來源：本研究)

轉輪型式	圓盤型式	洞口位置	圖形特徵
中型轉輪 齒鋸:52 個 洞口:19 個	96 齒鋸	1	結構較為單純、線條與線條間距緊密，但因無位差而較為線架構。
		6	
		12	
		19	
	105 齒鋸	1	結構具複雜與秩序、線條與線條之間較為緊密，有位差因而較為實體。
		6	
		12	
		19	

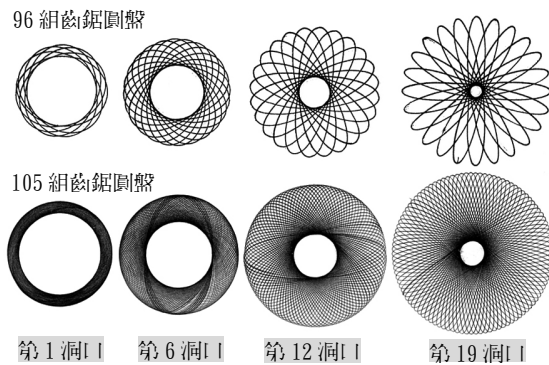


圖 4 中型轉輪的特定洞口應用於不同齒鋸的圓盤上之呈現結果(資料來源：本研究)

表 3 小型轉輪特定洞口應用於不同圓盤型式之結果(資料來源：本研究)

轉輪型式	圓盤型式	洞口位置	圖形特徵
小型轉輪 齒鋸:36 個 洞口:11 個	96 齒鋸	1	結構較為單純、線條與線條間不緊密，無位差。
		7	
		11	
	105 齒鋸	1	結構具秩序與複雜、線條與線條之間較為緊密，有些位差。
		7	
		11	

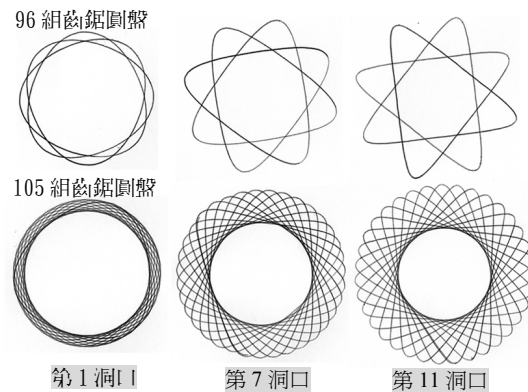


圖 5 小型轉輪的特定洞口應用於不同齒鋸的圓盤上之呈現結果(資料來源：本研究)

大(即愈遠離圓心、接近圓周齒鋸)會產生較大的半徑變異，因此圖形會接近瘦長的橢圓形，相對愈小則較接近肥胖的橢圓。

運用齒鋸數的差異、洞口位置的變化而改變曲線的半徑，的確可以產生多樣、複雜且蘊含秩序的圖形。假使設計者想要改變圖形的顏色，即需用不同顏色的筆來間隔性地使用；而繪圖的過程中，下一次經過的線條軌跡若已重複畫過，那麼線條的濃淡便會改變。然而，當加深到某種程度時，濃淡卻有最大的限度。另一方面來說，若想增加圖形的複雜度，設計者直覺會使用一個以上的轉輪來聯結以滿足需求，但是礙於描圖器本身的限制無法達成；甚至想產生其他非「圓形外觀」的圖形時，仍然受限於工具的本質。

2-2 相對運動軌跡造形

「軌跡」一詞意指在幾何空間中的點(Vertex)，根據某種物理或數學計算出的運動規則，在移動的過程於空間中所產生的足跡[16]。若從上述描圖器的轉輪型式、洞口位置與圓盤齒鋸的關係與單一靜止座標系統的型式，可以簡單地描述出「多層次相對運動」的概念：在靜止的座標系統中，「點」的軌跡只取決於它本身的運動形態(譬如圓上的某一點以圓心做等距離旋轉)，假使在動態的座標系統裡，造形的軌跡會同時受到與目標系統間的距離，以及參考系統相對於目標系統的角度等因素的整體影響。

理論上為了探討動態座標系統中，各種運動形態在空間中相互作用所留下的軌跡與所形成的造形，可以無限地增加座標系統的層次。而從微觀的角度來看，可以簡化成用三層座標來解釋(圖 6)：P₀、

P_1 、 P_2 。其中 P_0 代表靜止之絕對座標原點； P_1 代表一個參考 P_0 運動的點， P_1 同時也是 P_2 的參考原點； P_2 代表一個參考 P_1 運動的點。一個複雜之相對運動座標系統，可以說是上述三種座標系統的組合運用，創造出各種不同形式的運動狀態來。再者，不同的半徑以及角度變量對於圖形有深遠的影響，而參考系統與目標系統間的角度，其所負的相對關係同時也決定圖形的樣式，為了能更進一步瞭解造形的變化，本研究以三層的相對運動來觀察圖形的變化。

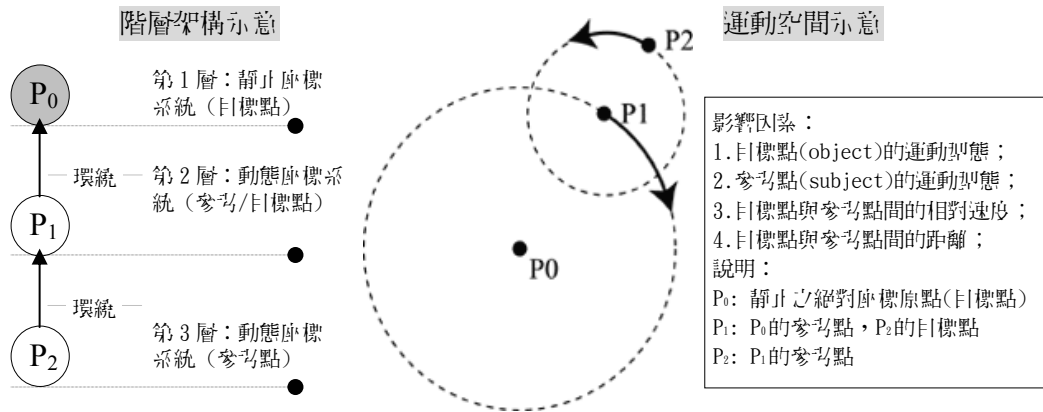


圖 6 多層次相對運動的階層架構與運動空間示意之簡化模型說明(資料來源：本研究)

2-2.1 使用三層的相對運動系統進行軌跡造形實驗

本研究以「→」符號來表示參考/目標系統的關係，為了能方便對照造形的變化，在本例中系統間的半徑皆為 100 pixel (即 P_0P_1 、 P_1P_2 的距離)，變動的是角度變量值與正負方向的變化，首先維持 $P_1 \rightarrow P_0$ 的角度變量固定(每次旋轉 0.2°)，操控的是 $P_2 \rightarrow P_1$ 的角度變量值在 $0.2^\circ \sim 0.6^\circ$ 範圍之間，在每 2,000 次執行圓形運動之下所得到的造形如圖 7 所示，而操控參數值列於表 4。

表 4 三層次的相對運動系統的參數操控(資料來源：本研究)

編號	$P_1 \rightarrow P_0$	$P_2 \rightarrow P_1$	
	角度變量值	角度變量值	角度變量值
		順時針	逆時針
1	0.2°	0.2°	-0.2°
2	0.2°	0.3°	-0.3°
3	0.2°	0.4°	-0.4°
4	0.2°	0.5°	-0.5°
5	0.2°	0.6°	-0.6°

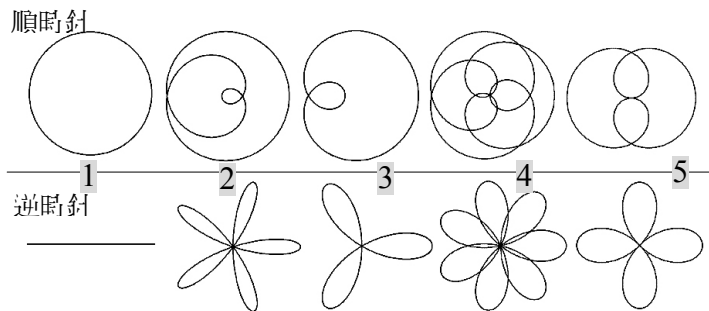


圖 7 三層次的相對運動之造形實驗，操控 $P_2 \rightarrow P_1$ 的角度變量值(資料來源：本研究)

從描圖器產生些微線條位置中得知，在多層次相對運動中，若試圖調變角度變量值的「誤差」，應可讓運動軌跡在循環一個週期後，與之前的路徑集合產生某種程度上的位置差異，並產生線架構緊密的感覺，而誤差的大小與圖形樣式有直接關係[7]。如圖 8 所示為針對三層系統中，正負方向在 $P_2 \rightarrow P_1$ 為 ± 0.6 角度變量 ± 0.002 時所進行的造形實驗，圖中為擷取第 10,000 次、第 50,000 次與第 200,000 次的運算結果。

2-2.2 相對運動軌跡造形實驗結果分析

針對三層次相對運動的造形實驗，結果發現運動系統間的運動形態、系統距離、相對距離與相對速度直接影響著造形的變化。在實驗中操控旋轉運動致使造形具有圓形的外觀；另外就系統距離而言，本實驗固定在 100 pixel 的距離，系統距離的大小直接影響著造形的大小，而相對距離則產生造形的外觀變化；最後相對速度是佔有外形變異的關鍵因素，如圖 7 編號 1 的造形中， $P_2 \rightarrow P_1$ 的順時針角度變量值與上二層次 ($P_1 \rightarrow P_0$) 的系統速度同為 0.2° ，而且方向一致，故產生圓形；而逆時針的角度變量值卻方向相反，產生互相均衡的結果，所得到的造形變成一條直線，若操控其他系統間運動速度的相對關係，產生的造形愈見變化。而調變角度變量值的誤差會讓運動軌跡產生位置重疊，因而可以恣意調整造形的線架構其緊密疏鬆的感覺。

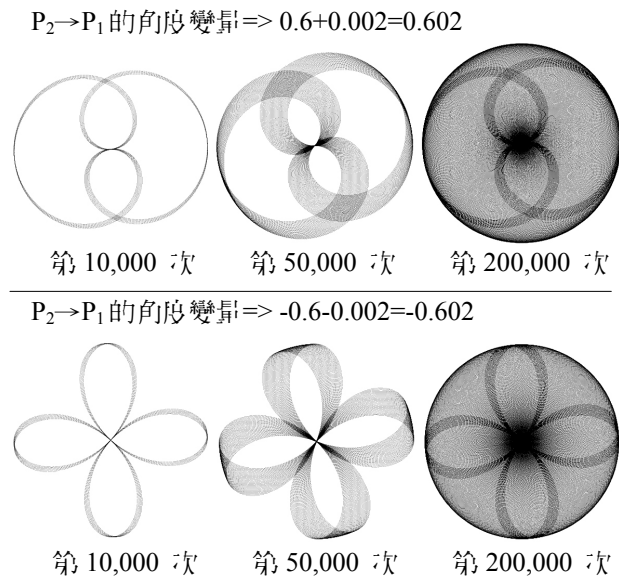


圖 8 三層次系統的相對運動之造形實驗，在 $P_2 \rightarrow P_1$ 的角度變量值為 ± 0.6 情形下，操控其誤差值 ± 0.002 (資料來源：本研究)

2-2.3 實驗其它運動型式的軌跡造形

在軌跡造形的實驗中，可以自行定義運動型式與嘗試其它的相關參數值，譬如在表 4 的 P_0P_1 、 P_1P_2 的距離皆為設定成 100 pixel，倘若改變為螺旋的運動狀態，最終的圖形將會有不同的樣式，甚至改變運動系統間的階層關係會有意想不到的結果。嚴格說來我們無法完全窮舉所有造形的演變，因此在本文小節中僅針對三種運動型式作初始的參數值實驗。

1. 高度複雜化的圓周相對運動之軌跡造形 I

圓周運動一直是最為常見的模式，在本例中我們複雜化圖 6 的相對系統成圖 9 的模型，該模型共有 $P_0 \sim P_6$ 共 7 個運動系統，每一層的運動系統我們以 pseudo-code 的敘述描寫如運動規則所示；其中 $P_1 \rightarrow P_4$ 、 $P_2 \rightarrow P_5$ 、 $P_3 \rightarrow P_0$ ，而 P_4 、 P_5 分別是 P_2P_3 、 P_1P_3 的中點，最後的軌跡紀錄點是 P_6 ，為 P_1 、 P_2 與 P_3 三點的平均點，結果如圖 10 所示。

2. 高度複雜化的圓周相對運動之軌跡造形 II

針對圓周運動間的角度變量值可以是常數外，還可設定成動態的變量來嘗試其它的造形樣式，這種模式使得環繞的速度呈現忽快忽慢的效果，甚至是產生相反的環繞方向；另外，運動系統除了遵循既定的規則，透過「變異條件」的成立以改變原有的運動規則，也是可以嘗試的運動型式。在本例中我們依然建立 $P_0 \sim P_6$ 共 7 個運動系統 (如圖 11)，使用 pseudo-code 的敘述描寫如運動規則所示；比較特殊的是 P_3 的角度變量值並非是常數，而是檢測當 P_3 的 y 值大於或等於 P_6 的 y 值時 (P_6 即 P_1 、 P_2 與 P_3 三點的平均點)，會增減 P_3 的角度變量值 dA_{P_3} 個單位量，結果如圖 12。

3. 追逐相對運動之軌跡造形

另一種常見的運動型式是追逐狀態，可以簡單定義成參考點依循目標系統的運動規則而改變自身的行進方向、距離與相對速度。在追逐運動中，目標系統的運動路徑顯然影響著追逐的幾何軌跡，例如追逐一個「圓形運動」所獲得的軌跡應該會接近一個幾何圓形，若改變目標系統的運動規則，追逐的軌跡自然會跟著產生相對的變異。在本例中我們建立了 $P_0 \sim P_4$ 共 5 個運動系統 (如圖 13)，並結合「變異條件」的狀態來讓追逐點決定以何者運動系統為追逐目標，使用 pseudo-code 的敘述描寫如運動規則所示；

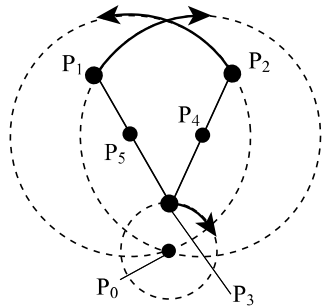


圖 9 軌跡造形 I 的運動型式示意 (資料來源：本研究)

軌跡造形 I 之運動規則：

$$P_0 : P_{0(x,y)} = (0, 0)$$

$$P_1 : P_{1(\text{angle})} = P_{1(\text{angle})} + P_{1(\text{angular increment})}$$

$$P_{1(x)} = P_{4(x)} + P_{1(\text{radius})} * P_{1(\cos(\text{angle}))}$$

$$P_{1(y)} = P_{4(y)} + P_{1(\text{radius})} * P_{1(\sin(\text{angle}))}$$

$$P_2 : P_{2(\text{angle})} = P_{2(\text{angle})} + P_{2(\text{angular increment})}$$

$$P_{2(x)} = P_{5(x)} + P_{2(\text{radius})} * P_{2(\cos(\text{angle}))}$$

$$P_{2(y)} = P_{5(y)} + P_{2(\text{radius})} * P_{2(\sin(\text{angle}))}$$

$$P_3 : P_{3(\text{angle})} = P_{3(\text{angle})} + P_{3(\text{angular increment})}$$

$$P_{3(x)} = P_{0(x)} + P_{3(\text{radius})} * P_{3(\cos(\text{angle}))}$$

$$P_{3(y)} = P_{0(y)} + P_{3(\text{radius})} * P_{3(\sin(\text{angle}))}$$

$$P_4 : P_{4(x,y)} = (P_{2(x,y)} + P_{3(x,y)}) / 2$$

$$P_5 : P_{5(x,y)} = (P_{1(x,y)} + P_{3(x,y)}) / 2$$

$$P_6 : P_{6(x,y)} = (P_{1(x,y)} + P_{2(x,y)} + P_{3(x,y)}) / 3$$

軌跡造形 I 之紀錄點：P₆

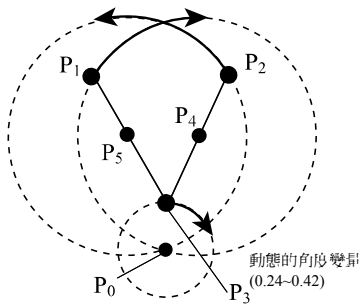


圖 11 軌跡造形 II 的運動型式示意 (資料來源：本研究)

表 5 軌跡造形 I 的參數值(資料來源：本研究)

參考座標系統	P ₁	P ₂	P ₃
目標座標系統	P ₄	P ₅	P ₀
初始角度	180	0	0
角度變量值	0.1300	-0.3900	0.1203
環繞半徑(pixel)	150	110	80

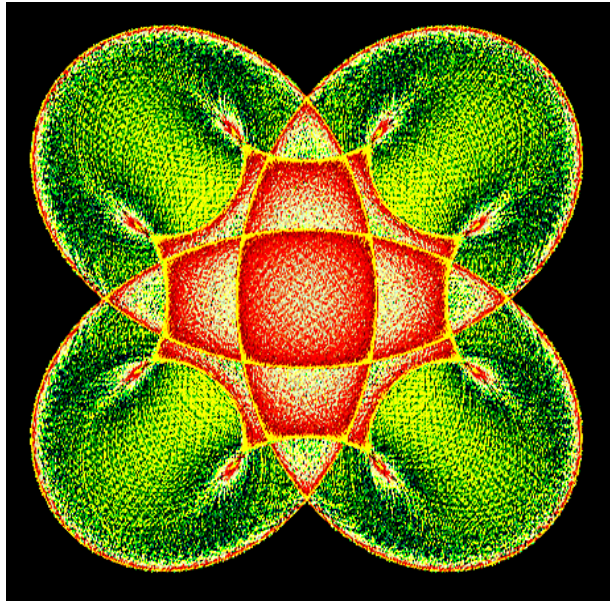


圖 10 軌跡造形 I 的 P₆ 軌跡第 1,200,000 次的實驗結果 (資料來源：本研究)

表 6 軌跡造形 II 的參數值(資料來源：本研究)

參考座標系統	P ₁	P ₂	P ₃
目標座標系統	P ₄	P ₅	P ₀
初始角度	0	0	0
角度變量值	0.04	-0.36	0.24~0.42
環繞半徑(pixel)	150	150	80

在追逐的初始狀態需先決定首要的追逐對象(如 P₁)，而其心運動系統的相對關係為 P₁→P₃、P₂→P₃ 與 P₃→P₀，而 d₁ 代表 P₄ 與 P₁ 之間的距離，同時 d₂ 與 d₃ 與之類同。最後 P₄ 為追逐點，並建立變異條件為：P₄ 永遠以 d₁、d₂ 與 d₃ 的最大值，來決定所對應的運動系統為追逐目標，結果如圖 14 所示。

2-3 描圖器與相對運動軌跡之幾何造形程序

2-3.1 本質刻寫

建構虛擬空間中的「點」來模擬描圖器印圓盤與轉輪的特性，經過初步的參數測試與造形實驗後，

軌跡造形 II 之運動規則：

$dA_{P_3} = 0.00031$
 $P_1 : P_1(\text{angle}) = P_1(\text{angle}) + P_1(\text{angular increment})$
 $P_1(x) = P_4(x) + P_1(\text{radius}) * P_1(\cos(\text{angle}))$
 $P_1(y) = P_4(y) + P_1(\text{radius}) * P_1(\sin(\text{angle}))$
 $P_2 : P_2(\text{angle}) = P_2(\text{angle}) + P_2(\text{angular increment})$
 $P_2(x) = P_5(x) + P_2(\text{radius}) * P_2(\cos(\text{angle}))$
 $P_2(y) = P_5(y) + P_2(\text{radius}) * P_2(\sin(\text{angle}))$
 $P_3 : P_3(\text{angle}) = P_3(\text{angle}) + P_3(\text{angular increment})$
 $P_3(x) = P_0(x) + P_3(\text{radius}) * P_3(\cos(\text{angle}))$
 $P_3(y) = P_0(y) + P_3(\text{radius}) * P_3(\sin(\text{angle}))$
 $P_4 : P_4(x, y) = (P_2(x, y) + P_3(x, y)) / 2$
 $P_5 : P_5(x, y) = (P_1(x, y) + P_3(x, y)) / 2$
 $P_6 : P_6(x, y) = (P_1(x, y) + P_2(x, y) + P_3(x, y)) / 3$

軌跡造形 II 之變異條件：

if $P_3(y)$ is greater than or equal to $P_6(y)$, then
 if $P_3(\text{angular increment}) \geq 0.42$ or $P_3(\text{angular increment}) \leq -0.24$, then
 set dA_{P_3} to $dA_{P_3} * (-1)$
 end if
 $P_3(\text{angular increment}) = P_3(\text{angular increment}) + dA_{P_3}$
 end if

軌跡造形 II 之紀錄點： P_6

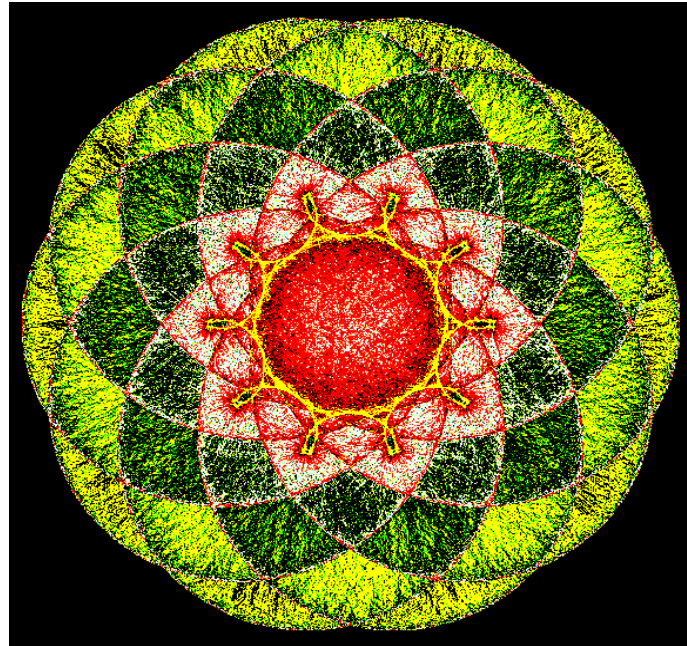


圖 12 軌跡造形 II 的 P_6 軌跡第 1,200,000 次的實驗結果(資料來源：本研究)

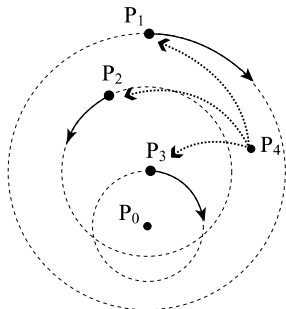


圖 13 追逐相對運動示意圖(資料來源：本研究)

表 7 追逐相對運動之軌跡造形的參數值(資料來源：本研究)

參考座標系統	P_1	P_2	P_3
目標座標系統	P_3	P_3	P_0
初始角度	0	180	0
角度變量值	0.050000	-0.150000	0.154047
環繞半徑(pixel)	300	120	80

追逐運動之初始狀態：

P_4 pursues P_1 , velocity = 1 (pixels per iteration)

追逐運動之規則：

$P_0 : P_0(x, y) = (400, 300)$
 $P_1 : P_1(\text{angle}) = P_1(\text{angle}) + P_1(\text{angular increment})$
 $P_1(x) = P_3(x) + P_1(\text{radius}) * P_1(\cos(\text{angle}))$
 $P_1(y) = P_3(y) + P_1(\text{radius}) * P_1(\sin(\text{angle}))$
 $P_2 : P_2(\text{angle}) = P_2(\text{angle}) + P_2(\text{angular increment})$
 $P_2(x) = P_3(x) + P_2(\text{radius}) * P_2(\cos(\text{angle}))$
 $P_2(y) = P_3(y) + P_2(\text{radius}) * P_2(\sin(\text{angle}))$
 $P_3 : P_3(\text{angle}) = P_3(\text{angle}) + P_3(\text{angular increment})$
 $P_3(x) = P_0(x) + P_3(\text{radius}) * P_3(\cos(\text{angle}))$
 $P_3(y) = P_0(y) + P_3(\text{radius}) * P_3(\sin(\text{angle}))$

$P_4 : d_1 = \text{distance}(P_1, P_4)$
 $d_2 = \text{distance}(P_2, P_4)$
 $d_3 = \text{distance}(P_3, P_4)$
 if d_1 equals the greatest of d_1, d_2 and d_3 , then
 let P_4 pursue P_1
 end if
 if d_2 equals the greatest of d_1, d_2 and d_3 , then
 let P_4 pursue P_2
 end if
 if d_3 equals the greatest of d_1, d_2 and d_3 , then
 let P_4 pursue P_3
 end if

追逐運動之軌跡紀錄點： P_4

發現相對運動軌跡的造形方式可以擁有描圖器所沒有的造形機制：

1. 圓盤與轉輪個數之間的層級問題：相對運動可以無限地增加系統層次個數以提昇複雜度，甚至可以自由調變與模擬各種圓盤與轉輪齒鋸間的關係，從實驗其它運動型式所獲得的造形中可以看到這樣的特性。
2. 繪製圖形的可能組合倍受限制的問題：除了增加系統的層次數目，系統中所有描述運動的模式不再侷限於旋轉、半徑變量（決定洞口位置）或齒鋸數位差等等，例如直線運動、幾何形運動、追逐運動、拋物運動、簡諧運動與螺旋線運動等等，甚至是「遞迴性多層次相對運動 (Recursive Multiple-level Relative Motions)」[8]，如圖 15 讓原本絕對靜止的座標系統，同時用目標點的身分以系統的最上層次為參考座標，整體產生封閉性的運動系統。因此其相對運動軌跡造形中，只能能被描述出的運動型式皆為可能的軌跡產生方式。

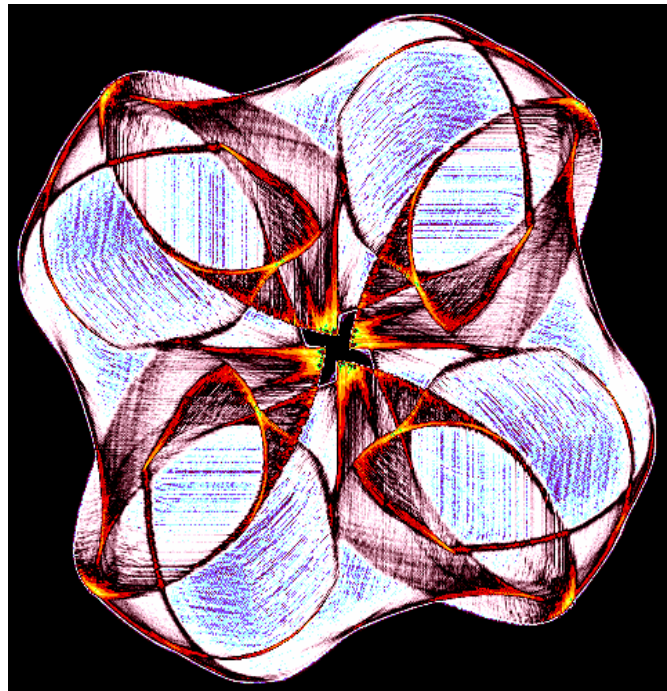


圖 14 追逐相對運動 P₁ 軌跡第 1,200,000 次的實驗結果 (資料來源：本研究)

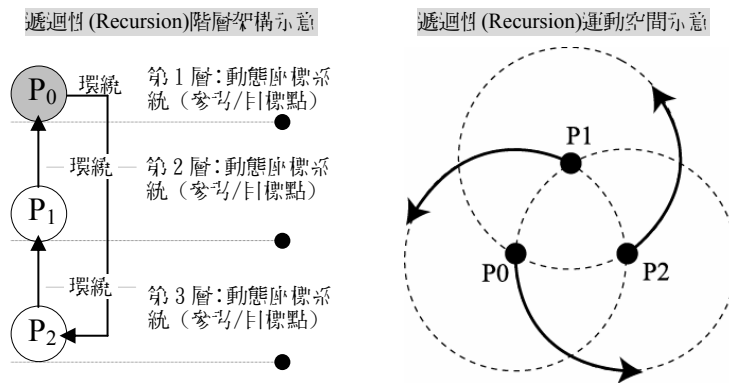


圖 15 遞迴性多層次相對運動的階層架構與運動空間示意之簡化模型說明(資料來源：本研究)

3. 繪製後圖形的著色化問題：描圖器中運用原始的方式加深線條的濃淡與粗細有一定的限度，而欲更換造形的色彩也必須交替不同顏色的筆；相對運動則透過電腦程式可以計算出空間中「點」經過某特定座標的頻率，依其高低給予不同的色相或明暗值，同時可以事後更改圖形的色系，定義色盤以拓展圖形顏色變化的廣度。
4. 圖形保存與重製的問題：利用電腦模擬所繪製的圖形具有高度複製的彈性，同時可以加快繪製圖形的速度。

2-3.2 造形程序比較

影響描圖器造形的樣式其關鍵因素在於使用圓形轉輪於何種齒鋸的圓盤上，以產生對應的幾何造

形；而運用電腦來模擬相對運動的造形方式，顯然所要考慮的因素複雜於前者。本研究解析描圖器與相對運動軌跡的造形程序，可獲得如圖 16 造形程序的對照，並可分析如下：

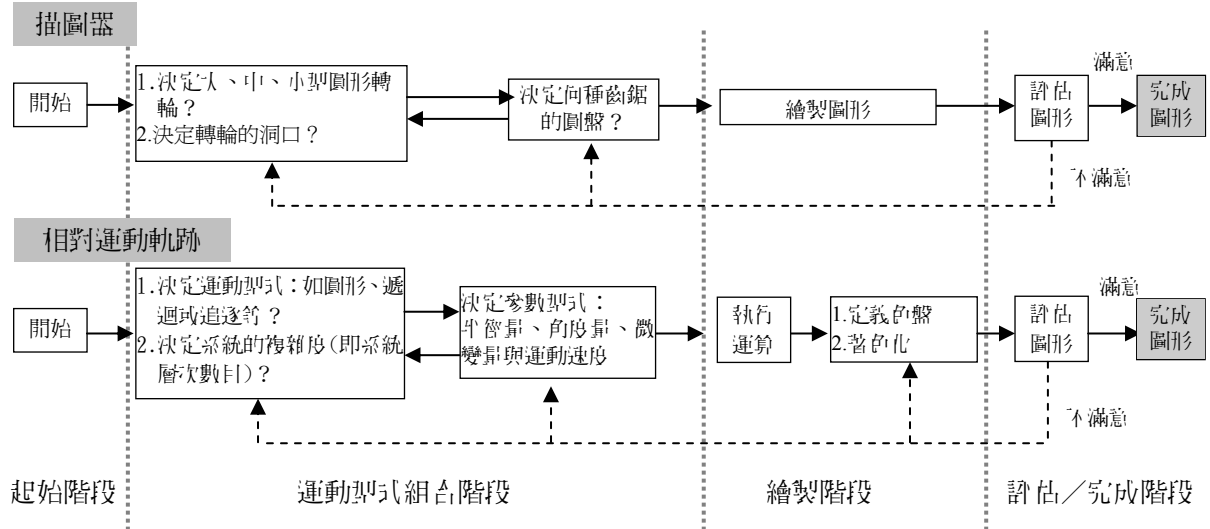


圖 16 描圖器與相對運動軌跡之幾何造形程序對照(資料來源：本研究)

1. 整體幾何造形程序可以分成起始階段、運動型式組合階段、繪製階段與評估/完成階段，類似於設計行為中搜尋策略的 Generate-and-Test 模式(trial-and-error)[15]。在兩者造形程序的设计目標中，創造新的、新奇的造形是一項個人主觀意識相當濃厚的過程，因此決定用什麼轉輪與圓盤，或決定相對運動的型式，整體來看都是在不斷地產生新的造形、評價並決策下一個設計程序。
2. 在描圖器造形中，評估後的造形若不滿意，可以返回運動型式組合階段，嘗試其它可能的圓盤與轉輪的組合型式；而相對運動軌跡造形中，對於不滿意的造形除可以返回運動型式組合階段，還有可能是所定義的色系不適合，因此可返回繪製階段中的定義色盤與著色化程序。
3. 兩者的造形評估與完成階段其實是一項 ill-defined problems[12]，因為永遠無法明確定義繪製後的造形是否具有最佳美感，只能反映出個人的滿意程度。
4. 描圖器造形的繪製階段是一項單純的工作，只需互相嵌合轉輪與圓盤之間的齒鋸，並固定銜與洞口進而順勢轉動以繪製造形；而相對運動軌跡造形的繪製階段則是一項複雜且費時的工作，如圖 17 所示，將幾何平面切割成棋盤狀最小單位的空間，各定點初始狀況皆為 0 的頻率值，而軌跡所經過的定點會累計一次頻率值(圖 17 中)；軌跡運動結束後，定義色盤並依據空間中頻率的分布進行著色化程序，著色方法為分析頻率值中最高與最低之分布區域，對應於自定義色系的階層數(圖 17 右)，以找出特定的色相值。

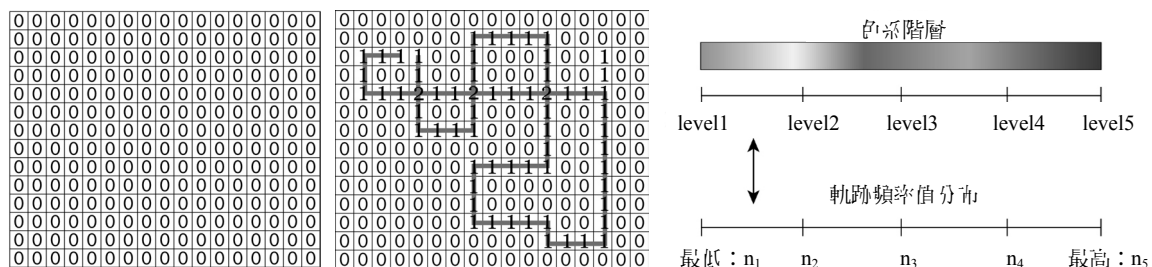


圖 17 相對運動軌跡造形之繪製與著色程序說明(資料來源：本研究)

5. 描圖器造形的運動型式組合階段是一項 well-defined problem[13]，原因在於圓盤與轉輪的關係其實可以被窮舉出來，因此可能的運動型式組合如圖 18，並得知所有可能的組合為 $2 \times (24+19+11)=108$ 種，整體造形的樣式取決於圓盤齒鋸數目、轉輪齒鋸數目、洞口與轉輪齒鋸間的距離之相互關係。

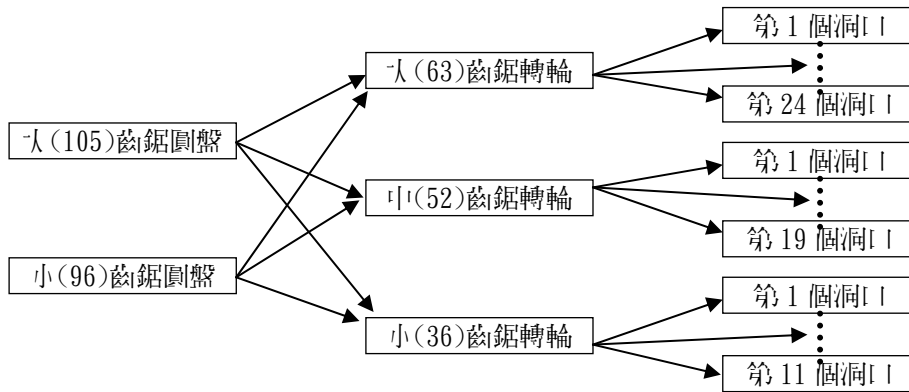


圖 18 描圖器造形的可能組合型式(資料來源：本研究)

6. 相對運動軌跡造形的運動型式組合階段是一項 ill-defined problem。因為在系統間存在著許多可能的運動型式，而每個型式都會有相關的參數可供調變，要歸納出組合的可能性範圍比前者複雜。以常見之圓形相對運動為例，幾何造形的外觀取決因素在於運動系統複雜度、角度變量、角度方向、半徑變量等等，其中尤以系統複雜度而言就是一項無法窮舉的變項。

從兩者的程序中比較，得知描圖器造形的運動型式組合階段較少有變異的因素，而兩者的繪製階段因為媒體本質的不同而各有差異，描圖器造形使用筆即可，而相對運動軌跡造形可經由電腦程式來完成費力與耗時的工。比較複雜的是軌跡造形的運動型式組合階段，以往過程較為類似 Heuristic Search 的模式[14]，在調變參數後評價原圖現況再進行微調，然而可調整的相關參數之組合，會因為變項過多而顯得複雜，同時難以系統化地實驗造形樣式；為了能幫助理解軌跡造形的樣式變化，解析其造形程序的本質與模式組合是一項必要的工作，經由研究後的結果可輔助軌跡造形實驗，建立可能的組合模式與發展多變的運動型態，以輔助設計者產生更多樣的幾何造形。

三、相對運動軌跡造形的系統組合問題

3-1 描述系統組合問題

本研究以一組高度複雜的運動系統組合為例，該組合中以常見之「圓周」與「螺線」相對運動來構成，如圖 19 所示，從實際例子中來呈現出問題的狀態：在實際進行造形實驗時，會將許多圓周與螺線的基本運動型式相互交疊，使整體的運動系統呈現出複雜的狀態。其中 P_0 是虛擬空間中的靜止座標，可以視為空間的中心點， P_1 本身為以 P_0 為目標系統的參考系統，其運動型式為圓周運動；而以 P_1 為目標系統的共有 $P_{2,1}$ (螺線運動)、 $P_{2,2}$ (圓周運動)與 $P_{2,3}$ (圓周運動)三個參考系統；分別以 $P_{2,2}$ 、 $P_{2,3}$ 為目標系統的是 $P_{3,1}$ (圓周運動)、 $P_{3,2}$ (圓周運動)；最後紀錄座標的系統為 P_4 (螺線運動)，並同時以 $P_{3,1}$ 與 $P_{3,2}$ 的中點為目標系統。

另外， $P_{2,2}$ 、 $P_{2,3}$ 存在著一項變異條件：以 P_1 為目標系統會隨著 $P_{2,1}$ 與 P_4 的關係而改變，當 P_4 系統在空間中的 y 值小於 $P_{2,1}$ 的 y 值時，將強迫 P_1 的角度方向為順時針，同時 $P_{2,2}$ 、 $P_{2,3}$ 以 P_1 為目標系統，若為

於的關係則為逆時針方向，而且 $P_{2.2}$ 、 $P_{2.3}$ 改以 $P_{2.1}$ 為目標系統，也就是說 $P_{2.2}$ 、 $P_{2.3}$ 的目標系統會隨著 $P_{2.1}$ 與 P_4 的 y 值關係而決定是 P_1 或 $P_{2.1}$ ，如圖 20 的描述。其實運動型式組合也具有階層性的架構，觀察參考/目標系統之間的關係，可將組合型式中的運動系統，以圖 21 的視覺架構呈現出來。

這種複雜的運動型式組合經常出現在造型實驗的過程，為了更深入追求其它幾何造型，除了改變系統間的可調變參數外，同時可以嘗試其它的交疊方式，而調變參數值的方式較為單純，卻僅僅是在相同的運動型式裡找出其它可能的衍生造型；假使要尋找相異型式所產生之造型樣式，則必須組合出其它的運動型式，從圖 19 的組合示意中可以發現這是一項複雜且混亂的過程。

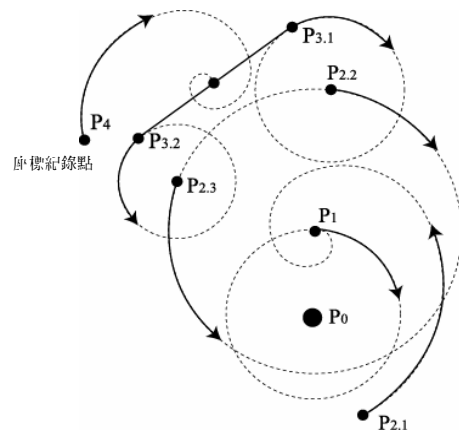


圖 19 高度複雜的多層次相對運動之系統組合

3-2 拆解高度複雜化的運動系統組合

在組合各種運動型式的過程中，並沒有適合的媒體來輔助設計者建構可能的組合方案，使得方法與過程經常是隨意且紊亂的，只能單從運動型式的狀態來思考，期以建立「新的運動方式」來產生新的造型，卻忽略運動型式的組合狀態亦能達成目的。然而從圖 20 與圖 21 的分析，發現倘若從運動型式的「組合過程」中來思考，或許可以幫助本研究建立運動型式組合與調變參數的系統模式。因此本研究嘗試將圖 19 的複雜運動型式的組合過程展開成圖 22，並分析如下：

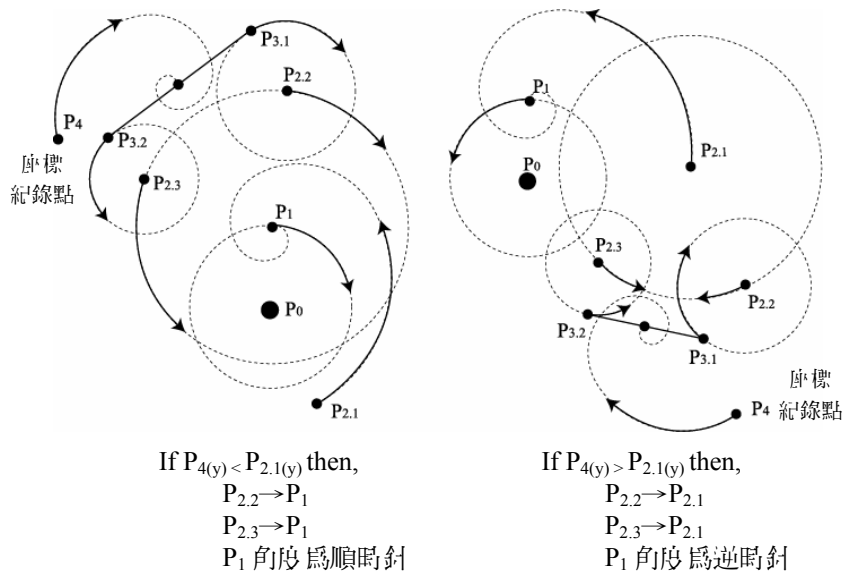


圖 20 $P_{2.2}$ 與 $P_{2.3}$ 目標系統因應 $P_{2.1}$ 與 P_4 在空間之 y 值的改變關係對照

1. 實驗開始時，會先建立一個以 P_0 為目標系統的基本運動型式，接著考量要採用圓周或螺線相對運動，然後設定可調變參數，如圓周半徑、或螺線半徑與半徑變量、角度變量與角度方向等，而這個過程就是圖 21 的第 1、2 層結構。(請參閱圖 22 的說明 1)。
2. 建立第一組參考/目標系統後，可以再加入基本型式以複雜化整體運動組合，此時會考慮加入系統的方式：以 P_1 或舊 P_0 為目標系統，也就是說可以建立「新」的目標系統(如此時的 P_1)，或舊「共用」某

- 目標系統(如此時的 P_0)；然後同理再設定可調變參數，而此項過程可以重複若干次，如建構出圖 21 的第 3、4 層結構狀態，以及圖 22 的說明 2、3、4 與 5。
- 3. 當參考系統決定目標系統時，可以考量「同時間」參考多個目標，而多個目標系統可用某種幾何描述來代換，如圖 22 的說明 6：建訂 $P_4 \rightarrow (P_{3.1} + P_{3.2})/2$ ， P_4 參考系統是螺線的順時針運動，並以 $P_{3.1}$ 與 $P_{3.2}$ 的「中點」為目標系統。而此過程即是建構出圖 21 的第 5 層結構狀態。
- 4. 決定紀錄座標的運動系統，而且通常是最後成形的參考系統，如圖 22 的 P_4 。
- 5. 最後，參考系統同樣可以依某個條件狀態成立時，改變原有的目標座標同時決定另一個目標系統，而該條件狀態是清晰與能被反覆執行驗證的幾何敘述；而此過程即決定圖 21 的第 3、4、5 層與第 2 層結構關係的變化狀態，(請參考圖 22 的說明 7)。

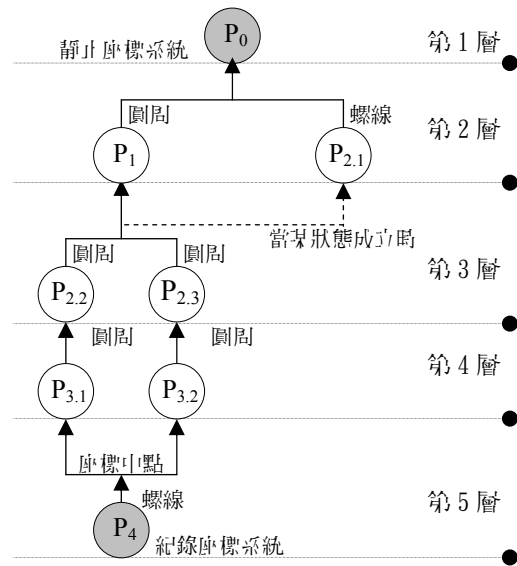


圖 21 高度複雜運動系統組合的階層示意

本研究從拆解高度複雜化的運動型式之組合程序開始著手，先試圖建立最基本的組合單元(unit)，並從建立的過程中解析模式演變的形態(pattern)，以輔助建構可能的組合方案，建立新的機制透過電腦媒體來自動衍生與模擬新的型式組合，以及可調變的參數範圍。

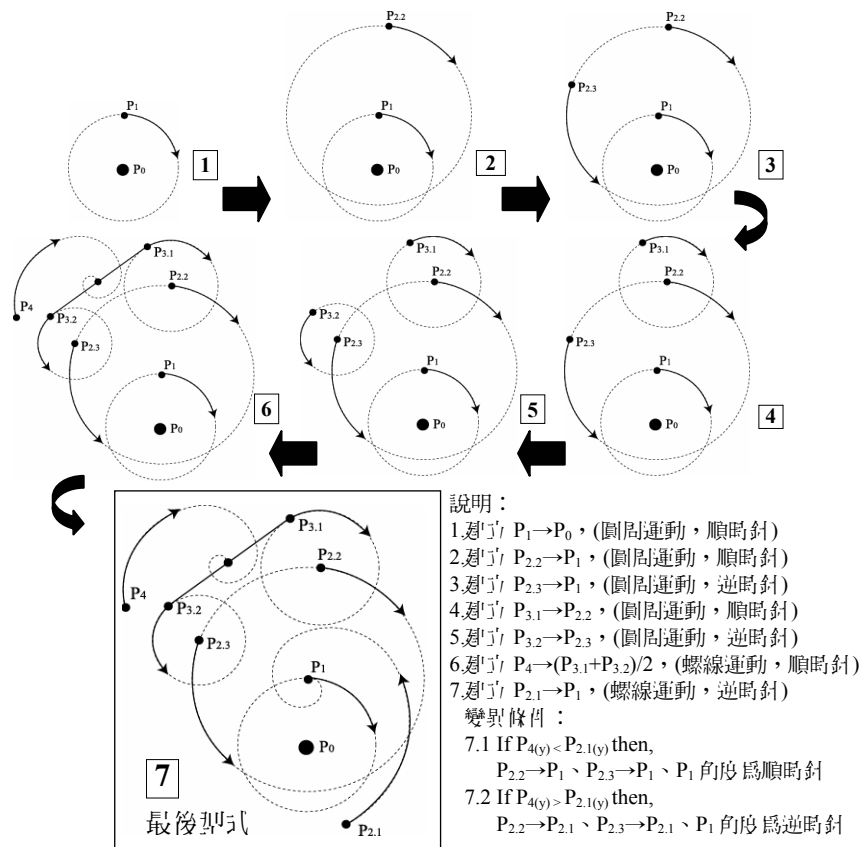


圖 22 拆解高度複雜化運動系統的組合過程之示意

四、解析相對運動軌跡造形的系統組合模式

從前述「組合過程」的5點分析中可發現運動型式的組合程序，事實上可以簡化成三個問題的概念層次，同時藉由 Akin(1996)提出 Problems Structuring 的方法[3]，來分解運動型式組合階段中 ill-defined problems，而分解後的每一個問題概念再細分，並趨近於 well-defined problems，以期能找出適合的組合型式方案。運動型式的可能組合 Problems Structuring 如圖 23 所示，一個複雜的運動型式可以分別從「運動系統間的複雜程度」、「運動系統間的軌跡型式」與「軌跡形成的幾何敘述」三個方面來進行解析，本研究於各節依序深入分析。

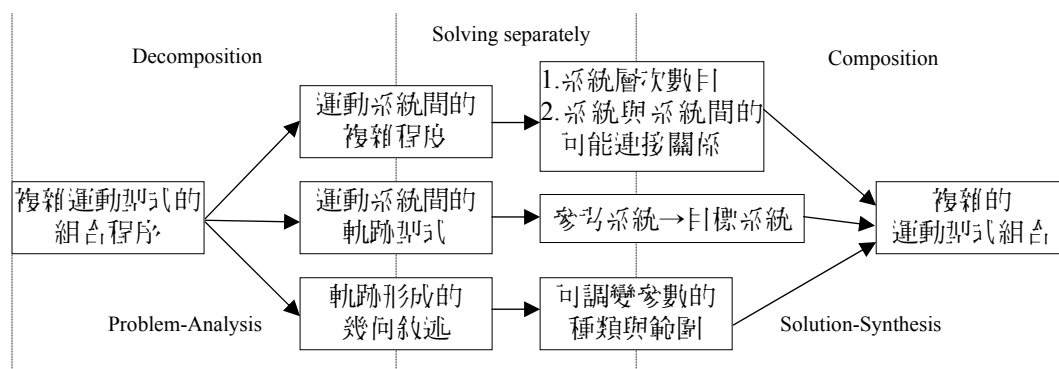


圖 23 複雜運動型式組合程序的可能 Problems Structuring (資料來源：本研究)

4-1 運動系統間的複雜程度關係

理論上來說運動系統的層次可以無限次的增加，使得整體型式趨於更複雜。然而除了以深度方向增加系統的複雜度外，其實可以擴展同一系統間的結構狀態或者改變上下系統的連接關係。本研究發現增加系統組合的複雜度可以有四種方式：(1)單一參考→單一目標、(2)多重參考→單一目標、(3)單一參考→多重目標、(4)多重參考→多重目標，它們主要的特質在於參考/目標系統之間互為「獨立」、「共用」或者「變異」的相互關係，分別說明如下：

1. 單一參考→單一目標：如圖 24 的 A 區域示意，這是建立參考/目標系統初始「獨立」的連接關係，同時能使系統層次產生兩種情形：一是更深入地建立系統的複雜度，如建立 $P_1 \rightarrow P_0$ 的運動關係並首次產生第 2 層的運動系統；二是拓展系統的結構性，如建立 $P_{2,1} \rightarrow P_0$ 的運動關係擴展第 2 層系統的結構狀態。
2. 多重參考→單一目標：如圖 24 的 B 區域示意，代表有一個以上的參考系統「共同」連接單一目標系統，例如 $P_{2,2}$ 與 $P_{2,3}$ 共同以 P_1 為目標，而此類型事實上需要先經由「單一參考→單一目標」的狀態才能產生，如先建立 $P_{2,2} \rightarrow P_1$ 後接著才 $P_{2,3} \rightarrow P_1$ ；而此種類型能建立「分支」的運動系統型式。
3. 單一參考→多重目標：如圖 24 的 C 區域示意，多重目標有兩種意義，一是代表有一個參考系統(如 P_4)「獨立」而且「同時」連接一個以上的目標系統(如 $P_{3,1}$ 與 $P_{3,2}$)，而單一參考為了能同時連接多重目標，必須將多重目標經由幾何轉換的程序(如 $P_{3,1}$ 與 $P_{3,2}$ 的平均化)，才能產生運動關係。二是參考系統經由某條件狀態的成立，從多重目標中只能選擇單一為主要的目標系統，如「多重參考→多重目標」的說明。
4. 多重參考→多重目標：如圖 24 的 D 區域示意，其實就是多重參考與原有目標之間的關係產生「變異」，

而變異時間由某條件狀態是否成立來決定，例如 $P_{2.2}$ 與 $P_{2.3}$ 共同以 P_1 ，或當 $P_{2.1}$ 擇一為目標，其決定條件須能被執行與驗證，而此條件本研究稱之為「Chaotic Term」。另外，變異關係決定在 哪個階層執行影響著下層系統的變化。

4-2 運動系統間的軌跡型式關係

本研究界定任何複雜的運動系統，其實都可以單純簡化成「目標系統」與「參考系統」兩者間的關係，也就是說任何運動型式的組成變化即是參考系統與目標系統之間的「軌跡形成方式」，事實上可以結合多種型態成為新的形式，亦即參考系統可以結合多種運動型式以目標系統為主要的座標來執行。

然而真實世界中所有的運動型式無法窮舉，但透過人類知識所能夠描述或辨認出的型式，似乎能以系統化的方法將運動型式的組合性展現開來，而所能描述或辨認出的運動型式，就是人類記憶中幾何形態中的 Propositional Representation 解釋[4]，如圖 25 是一些常見同時容易描述的運動型式；雖然在數位的虛擬空間中，點的運動系統可恣意地依據喜好而訂定規則，但最後的組合型式卻必須能被推斷與清楚理解，也就是說運動型態不能為含糊與混亂。例如圓形相對運動可定義成用空間中的一點以某單位距離的另一點為目標系統，並以幾何轉換(Transformation)方式的旋轉進行某次數單位的空間呈現(即每次旋轉 1 度，共 360 次)，這個規則即是明確且不含糊的。

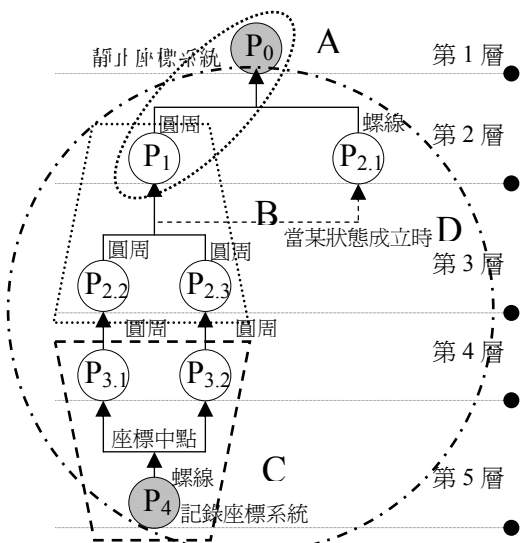


圖 24 高度複雜化運動系統組合的階層示意

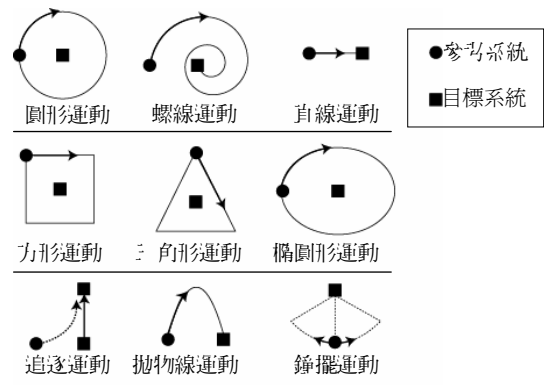


圖 25 相對運動型式：目標運動與參考系統間的軌跡變化(資料來源：本研究)

4-3 軌跡形成的幾何敘述

另外從運動型式的定義可以發現，參考系統在執行運動的過程中，從幾何的敘述上可以分解成六種屬性：(1)參考系統的幾何座標、(2)目標系統的幾何座標、(3)參考與目標系統間的幾何距離、(4)參考系統所採取的運動特性中，所具有的幾何轉換方式，例如平移(translation)或旋轉(rotation)等、(5)參考系統相對於目標系統的幾何方向、(6)參考系統相對於目標系統的相對速度。每個運動型式皆會有相關的參數可供調變，若用例證運作(Instantiation Operation)的表現方式來輔助描述運動的幾何性質，可將基本的執行過程建立一個程序(Procedure)狀態，並經由電腦媒體的操作與運算[10]。本研究將六種屬性分別描述如下：

1. 參考系統的幾何座標： $S(X_s, Y_s)$ ，S 代表 Subject 參考系統；
2. 目標系統的幾何座標： $O(X_o, Y_o)$ ，O 代表 Object 目標系統；
3. 參考與目標系統間的幾何距離： $SO_d(X_o, Y_o, d, \theta)$ ，其中 d 代表距離， θ 代表角度；
4. 參考系統所採取的運動特性中，所具有的幾何轉換方式： $T\{method_1; method_2; \dots\}$ ，T 代表 Transformation 轉換，method 則為幾何轉換方式，如平移可用 $translation(\theta, d)$ 描述，旋轉可用 $rotation(\theta)$ 描述；
5. 參考系統相對於目標系統的幾何方向： $SO_\theta(\theta)$ ；
6. 參考系統相對於目標系統的相對速度： $SO_m(magnitude)$ ；

以圓形相對運動為例，若以產生「圓」的抽象圖形為主要目的，可以用 $circle(X, Y, radius)$ 的例證單元來直接描述，其中 $X、Y$ 代表圓心的座標值， $radius$ 代表半徑長度；反之，若嘗試運用操作單元(operator)來描繪「圓」的抽象建構程序，可以發現：運作集合(operation set)中具有旋轉與平移的操作單元，假使結合距離長度的例證描述，則產生下列表述： $S(X_s, Y_s) = O(X_o, Y_o) + SO_d(X_o, Y_o, d, \theta + 1)$ ，也就是說，參考系統(S)的座標事實上可以用目標系統(O)的座標加上之間的幾何距離(SO_d)來描述，此時的 d 即是圓形的半徑長度，而 θ 為從 0^0 開始增加至 360^0 ，如圖 26 的(a)。

另外，還可用另一幾何觀點來描述，參考系統(S)以自身座標為目標系統(O)，如圖 26 的(b)為例，圓形事實上可以視為圓周上的點，以遞迴程序(Recursive Procedure)的方式向 θ 角度平移 d 單位，接著再旋轉 $\theta + 1^0$ ，而此時 S 與 O 都是指向同一座標系統，因此可產生下列表述： $S(X_s, Y_s) = T\{translation(\theta + 1, d)\}$ ，此時的 d 則影響著圓形的平滑度，若 d 夠小會產生平滑的圓形，反之夠大會產生幾何的多邊形；若是改變每遞迴一次加上的角度變量($\theta + n$)，所產生的將不再是圓形，而是呈現複雜交錯的幾何形式。

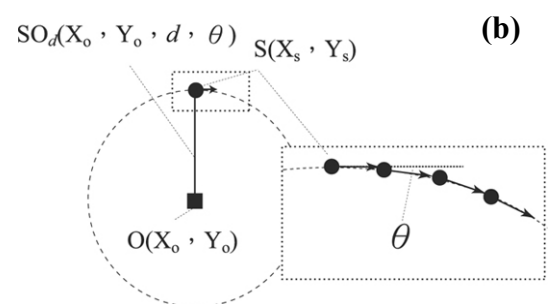
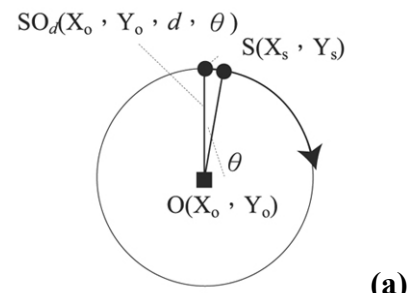


圖 26 圓形的幾何描述方式(資料來源：本研究)

另外，常見的螺旋相對運動其實可以視為圓形運動的過程中， d 呈現遞減的變化，所以可以表述如下： $S(X_s, Y_s) = O(X_o, Y_o) + SO_d(X_o, Y_o, d - 1, \theta + 1)$ ，將軌跡形成用幾何敘述來描述可以幫助造形實驗的執行，使得一些較難定義(或許說是較難想像)的運動型式可以被呈現出來。運用操作單元的描述方式，可以輔助呈現出其它運動型式的狀態，例如正方形相對運動： $S(X_s, Y_s) = T\{translation(\theta + 90, d)\}$ 、三角形相對運動： $S(X_s, Y_s) = T\{translation(\theta + 60, d)\}$ 、追逐相對運動： $S(X_s, Y_s) = T\{translation(SO_\theta, SO_m)\}$ ，從表述中得知，正方形相對運動可視為參考系統(S)進行旋轉 $\theta + 90$ 並平移 d 單位的遞迴程序，三角形亦為同樣的幾何轉換方式，只是旋轉的角度不同，而追逐相對運動則定義成參考系統(S)以 SO_m 速度向 SO_θ 角度進行幾何平移轉換。

藉由幾何描述以訂定可調變的參數範圍，可以呈現出在不同的參數設定下，對於圖形的變化情形，而透過幾何描述可以表述出較難定義的運動型式。從運動系統間的複雜度、系統間的軌跡形成方式以及如何描述軌跡的型式三個概念層面來思考，使得運動型式的組合階段可以簡化成具有明確的範疇。從這三個層面來分解型式組合的程序，可獲得圖 27 的建構程序。

首先在空間平面中建立虛擬的中心點 P_0 ，並決定第一個要採用的運動型式，以及要如何透過幾何描述來呈現該運動型態，與設定相關的參數與可調變的範圍。接著是建立運動系統的複雜度，而加入運動系統的方式分成四種類型：(1)單一參考→單一目標、(2)多重參考→單一目標、(3)單一參考→多重目標、(4)

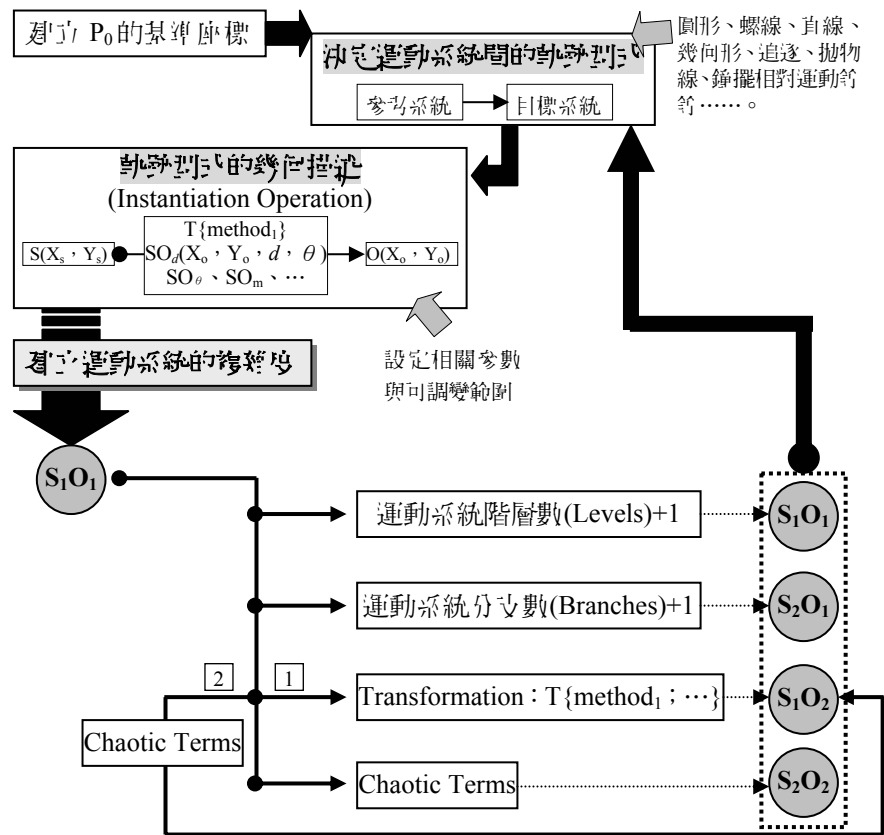


圖 27 相對運動軌跡造形之系統組合型式的建構程序示意(資料來源：本研究)

多重參考→多重目標，為了方便描述可用參考「S」、目標「O」、單一「1」、多重「2」等符號來象徵，因此各為(1)S₁O₁、(2)S₂O₁、(3)S₁O₂、(4)S₂O₂。

一般來說，任何複雜的運動系統皆可從加入基本型式(即 S₁O₁)開始，而獲得較為複雜的系統階層，可以發現建構 S₁O₁ 並加入型式組合後，將會產生不同的結構狀況，分別描述如下：

1. 當建構 S₁O₁ 後最有可能產生系統結構中階層數目(Levels)的改變，假使下一次系統加入後的狀態依然形成「串聯」，其所呈現的系統結構仍為 S₁O₁，這種情形可以擴展運動系統階層的深度，例如前述圖 21 的 P_{3,1}→P_{2,2}、P_{2,2}→P₁、P₁→P₀ 的 S₁O₁ 結構。
2. 另一種加入 S₁O₁ 可能會導致的結構改變是，使得系統分支(Branches)型式的數目產生變化，這種情形可以擴展運動系統結構的廣度，而加入後的結果可能會形成 S₂O₁ 的結構關係(S 可以一個以上)，例如當圖 21 的 P_{2,2}→P₁→P₀ 建構後，加入 P_{2,3} 使得系統型式產生分支(P_{2,3}→P₁→P₀)的新連接結構。
3. 第三種加入 S₁O₁ 結構後的情形，是基於 O 的呈現因素。有兩種狀態：一為 O 是一個以上的結構，為了使 S 能相對於 O，必須透過幾何轉換的方式將所有 O 的座標重新描述；二為 O 仍是一個以上的結構，但是需透過「Chaotic Terms」的成立而決定以哪個 O 為 O。加入後的結果可能會形成 S₁O₂ 的系統結構，如圖 21 的 P₄→P_{3,1} 與 P₄→P_{3,2} 即為第一種狀態的 S₁O₂ 結構。
4. 最後一種加入 S₁O₁ 結構後的情形，是前者第二種狀態的延伸，假使「Chaotic Terms」的決定階層在系統的高層(指愈接近 P₀ 的基準座標)，則產生的變異更大，同時將形成 S₂O₂ 的連接結構，如圖 21 的第 3 層 P_{2,2} 與 P_{2,3} 這兩者與第 2 層的 P₁ 或 P_{2,1} 的連接關係。
5. 而整個型式組合的程序其實是一個循環，當加入 S₁O₁ 結構後，因而導致其他 S₁O₁、S₂O₁、S₁O₂ 或 S₂O₂ 結構的產生，皆可回到「決定運動系統間的軌跡型式」階段，來採用下一個運動型態，以及決定系統複雜度的變化。

五、結論與後續研究

5-1 研究結論

「描圖器」與「相對運動軌跡」是兩種截然不同的幾何造形方法。描圖器造形可經由分析轉輪型式、洞口位置與圓盤齒鋸的關係而系統歸納出造形的特質與演變；而軌跡造形可以擴展描圖器的創作廣度與複雜造形的深度，使得造形富有新奇、複雜與多變的感覺，然而若要系統歸納造形的變異情形，所要考慮的因素甚多。本研究從拆解運動系統的組合程序中發現三種概念型式：建構相對運動的系統數目、系統間的幾何運動型式與運動型式的幾何描述與轉換，從這三種概念出發分別探討對於造形程序的影響，以及可能的既有模式，對於設計者進行運動型式的組合階段將會有正面的幫助。

結果發現：首先需確立系統間的軌跡形成方式以及它的幾何描述，也就是產生可被辨識與被描述的運動形態；藉由幾何上的描述，主要是描述出能被電腦媒體解讀出的運動型式，同時也幫助設計者理解所要調變的相關參數，以及參數的變化範圍。接著是開始建立運動系統的型式結構，從加入 S_1O_1 的基本型式，研判將會導致系統結構的變化情形，可以輔助設計者掌握加入運動型式的可能方法與可能結果。本研究針對軌跡造形的繪製階段中，所需要的功能完成 Applet 輔助工具，功能包括自動執行相對運動、轉換與記錄座標值、計算頻率、儲存座標資料、自定色盤、完成著色程序與儲存造形結果等[9]，以加快造形實驗的速度，同時能簡化定義色盤的程序，而最後評估圖形的階段則落在設計者是否滿意產出圖形的美感。

5-2 後續研究

軌跡造形因為運動型式的組合能被高度的複雜化，所能產生的造形具有廣度的變化與深度探索的價值。其中廣度的變化在於各組合中參數的設定若有些微差異，最後的造形可能更加難以預測，尤其是透過「遞迴性多層次相對運動」的疊代(Recursion)程序[6]，會週期加倍變異參數的情況而導致造形的複雜演變，這些是本研究中尚未提及的。而深度探索的價值在於軌跡造形所產生的樣式風貌，關鍵為建立新的相對運動型式，在電腦的虛擬世界中，軌跡造形可讓設計者恣意創造，甚至是很難想像的運動系統，都可以透過程式表述出幾何程序。從遞迴性多層次相對運動可以產生高度變化的幾何造形，甚至可以換系統間的運動型式：如追逐、平均與螺旋線等概念加入遞迴性程序，都是未來相對運動軌跡造形的後續研究方向。

未來在運動型式組合階段中，可以探討的是否有限度的範圍內，是否能藉由電腦以深度搜尋(Depth-first Search)、廣度搜尋(Breadth-first Search)的決策方式來自動衍生可能的運動組合型式[11]；而在有限度的範圍內，其之一就是「運動系統間的複雜程度關係」而言，深度搜尋是指系統結構的階層數，廣度搜尋則為解析系統結構的分支型式，亦是未來研究的延續重點。

本研究從相對運動軌跡的造形方式來比較描圖器造形所不足之部分，並解析軌跡造形的程序讓設計者能更輕易組合高度複雜與多樣化的運動型式，以產生複雜、新奇與有趣的幾何造形。碎形(Fractals)的出現曾經讓我們感受它的複雜與令人難以抗拒，而光構成的鐘擺攝影(Pendulum Photo)也帶給我們不同造形方法的啟示[2]，本研究的相對運動軌跡造形或許能帶給造形藝術一個新模式，也是未來要持續深入研究的方向與重點。

參考文獻

1. 孫晉望, 1998, 相對運動軌跡構成之幾何造形研究, 1998 基礎造形學術研討會論文集, 台北, pp.5-9。
2. 朝昌貞一著, 林品章譯, 1990, 光構成, 藝術家出版社, 台北。
3. Akin, O. & Akin, C., 1996, Expertise and Creativity in Architectural Design, in Proceedings of the First International Symposium on Descriptive Models of Design, Turkey.
4. Anderson, J. R., 1995, Cognitive Psychology and its Implications, 4th edition, Freeman.
5. Berkowitz J., 1994, Fractal Cosmos- The Art of Mathematical Design, Amber Lotus, San Francisco.
6. Carl, B., 1999, Website: Recursion, Dept. of Computer Science, Carnegie Mellon University (<http://www-2.cs.cmu.edu/~cburch/survey/recurse/index.html>)
7. Liao, G. Z., 2001, Generating Geometric Forms by Manipulating the Angular Increments of Recursive Multiple-level Relative Motions, 2001 基礎造形學術研討會, 台北, pp.37-42。
8. Liao, G. Z., 2001, Forms of Golden Section, Fibonacci Numbers and Recursive Multiple-level Relative Motions, 第六屆設計學術研討會論文集, 高雄, pp.559-564。
9. Liao, G. Z., 2000, A Study on Chaotic Relative Motions and Complex Geometric Forms, 臺灣科技大學設計研究所碩士論文, 台北, pp.23-26。
10. Mitchell, W. J., 1990, The Logical of Architecture- Design, Computation, and Cognition, The MIT Press, Cambridge.
11. Newell, A. & Simon, H., 1972, Human Problem Solving, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall
12. Roland Hübscher, 1997, Website: Leaning by Design, Georgia Institute of Technology (<http://www.cc.gatech.edu/edutech/LBD/ill-defined-problems.html>)
13. Roland Hübscher, 1997, Website: Leaning by Design, Georgia Institute of Technology (<http://www.cc.gatech.edu/edutech/LBD/well-defined-problems.html>)
14. Simon, H. A., 1996, "The Sciences of the Artificial", The MIT Press, Cambridge, pp.27-28.
15. Simon, H. A., 1996, "The Sciences of the Artificial", The MIT Press, Cambridge, pp.128-130.
16. Sun, C. W., 1999, "Relative Motions and Complex Shapes", ISAMA 99, Spain, pp.481-486.

A Study on the Forming Method of the Shape Tracer and the Trajectory of Relative Motions

Liao, G. Z.* Sun, C. W.**

* Department of Information and Design, Taichung Healthcare and Management University
e-mail:can@thmu.edu.tw

** College of Design, National Taiwan University of Science and Technology
e-mail:suncw@mail.ntust.edu.tw

(Date Received : May 16,2003 ; Date Accepted : November 24,2003)

Abstract

The shape tracer is a combination of both tool and toy. Children use shape tracers to draw many different but interesting patterns. The patterns generated with shape tracers are determined by the size and the location of the wheels and the holes. The concept behind shape tracers is very similar to multiple-level relative motion. Multiple-level relative motion can be used to create various geometric forms that are visually appealing. The purpose of this study is to analyze deeply into the mechanism of combining different motion systems, with the expectation to systematically understand and control this new methodology of form generation.

Research finding suggest that the problem of combining different motions systems can be broken into three factors: the complexity of the relationship among motion systems, the pattern of trajectory among motion systems, and the geometric description of the trajectory. A basic model can be derived from these factors. With the selection of different motion, the setup of combination and manipulation of the values, artists or designers will be able to ask the computer to draw patterns they want.

The result of this study calls for further exploration of more and new motions and different combinations of the motions. More efforts should be made to investigate the concepts and methods of “Depth-First Search” and “Breadth-First Search”, in order to accelerate the generation of patterns. After the screening of the artists or designer, the patterns will become unique and visually appealing.

Keywords: Geometric forms, Shapes, Relative motions, Trajectory, Shape tracer